

— 部屋割り問題 —

- (1) 7人を萩の間、桔梗の間、女郎花の間の3つの部屋に分ける方法は何通りあるでしょうか。
- (2) 7人を3つの部屋に分ける方法は何通りあるでしょうか。
- ただし、いずれの場合も空室はないものとします。

— 解答例 —

- (1) 7人は、選択肢がそれぞれ3通りあるから、 $3^7 = 2187$ 通り。

そのうち、3つの部屋のうち1部屋が空室になる場合は、 $3 \times (2^7 - 2) = 378$ 通り。

そのうち、3つの部屋のうち2部屋が空室になる場合は、3 通り。

7人を萩の間、桔梗の間、女郎花の間の3つの部屋に分ける方法は

$$2187 - 378 - 3 = \mathbf{1806} \text{ 通り} \cdots (\text{答})$$

- (2) 部屋の名前を付ける方法 $3! = 6$ 通りで割って

$$\frac{1806}{6} = \mathbf{301} \text{ 通り} \cdots (\text{答})$$

別解

- (1) それぞれの部屋の人数は、 $(1, 1, 5)$, $(1, 2, 4)$, $(1, 3, 3)$, $(2, 2, 3)$ の4つの場合があり、それぞれ3通り、6通り、3通り、3通りずつある。

$$\begin{aligned} \therefore & 3 \left({}_7C_1 \times {}_6C_1 \right) + 6 \left({}_7C_1 \times {}_6C_2 \right) + 3 \left({}_7C_1 \times {}_6C_3 \right) + 3 \left({}_7C_2 \times {}_5C_2 \right) \\ &= 126 + 630 + 420 + 630 = \mathbf{1806} \text{ 通り} \cdots (\text{答}) \end{aligned}$$

- (2) 人数が同数の場合は区別がないことを考えて

$$\begin{aligned} & \frac{{}_7C_1 \times {}_6C_1}{2} + {}_7C_1 \times {}_6C_2 + \frac{{}_7C_1 \times {}_6C_3}{2} + \frac{{}_7C_2 \times {}_5C_2}{2} \\ &= 21 + 105 + 70 + 105 = \mathbf{301} \text{ 通り} \cdots (\text{答}) \end{aligned}$$