

第 1 問 (必答問題) (配点 40)

[1] 2 次関数

$$y = -2x^2 + ax + b$$

のグラフを C とする。 C は頂点の座標が

$$\left(\frac{a}{\boxed{\text{ア}}}, \frac{a^2}{\boxed{\text{イ}}} + b \right)$$

の放物線である。 C が点 $(3, -8)$ を通るとき、

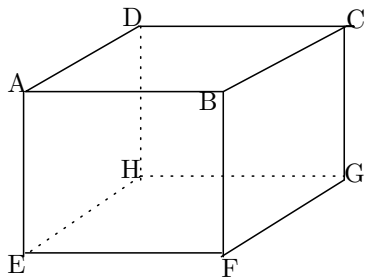
$$b = \boxed{\text{ウエ}} a + 10$$

が成り立つ。このときのグラフ C を考える。

(1) C が x 軸と接するとき、 $a = \boxed{\text{オ}}$ または $a = \boxed{\text{カキ}}$ である。 $a = \boxed{\text{カキ}}$ の放物線は $a = \boxed{\text{オ}}$ のときの放物線を x 軸方向に $\boxed{\text{ク}}$ だけ平行移動したものである。

(2) C の頂点の y 座標が最小になるのは、 $a = \boxed{\text{ケコ}}$ のときで、このときの最小値は $\boxed{\text{サシ}}$ である。

[2]



一辺の長さが 1 の立方体の 8 個の頂点 A, B, C, D, E, F, G, H が図のような位置関係にある。この 8 個の頂点から異なる 3 点を選び、それらを頂点とする三角形をつくる。

(1) 三角形は全部で $\boxed{\text{スセ}}$ 個できる。また、互いに合同でない三角形は全部で $\boxed{\text{ソ}}$ 種類ある。

(2) $\triangle ABC$ と合同になる確率は、 $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ であり、また、正三角形になる確率は $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(3) 三角形の面積の期待値は $\frac{\boxed{\text{ト}} + \boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニヌ}}} \sqrt{2} + \sqrt{3}$ である。

第 2 問 (必答問題) (配点 40)

[1]

(1) p, q, r を実数とし、 x についての整式 A, B を

$$A = x^3 + px^2 + qx + r$$

$$B = x^2 - 3x + 2$$

とする。

(a) A を B で割ったときの商が $x-1$ であった。このとき、 $p = \boxed{\text{アイ}}$ である。

(b) A を B で割ったときの余りが x で割り切れた。このとき、

$$r = \boxed{\text{ウ}} p + \boxed{\text{エ}}$$

である。

(c) A を B で割ったとき、その商と余りが等しくなった。このとき、

$$q + r = \boxed{\text{オ}}$$

である。

(2) a, b を実数として、次の $\boxed{\text{カ}} \sim \boxed{\text{ケ}}$ に、下の ①～⑧のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。

$$(|a+b| + |a-b|)^2 = 2(a^2 + b^2 + \boxed{\text{カ}})$$

であるから、 $(|a+b| + |a-b|)^2 = 4a^2$ が成り立つための必要十分条件は $\boxed{\text{キ}}$ である。 $\boxed{\text{キ}}$ でないときは

$$(|a+b| + |a-b|)^2 = \boxed{\text{ク}}$$

となる。

また、 $\frac{1}{2}(|a+b| + |a-b|) = b$ が成り立つための必要十分条件は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

- | | | |
|------------------|------------------|-----------------|
| ① a^2 | ④ ab | ⑦ $2 ab $ |
| ② b^2 | ⑤ $ ab $ | ⑧ $a^2 - b^2$ |
| ③ $4a^2$ | ⑥ $2ab$ | ⑨ $b^2 - a^2$ |
| ④ $4b^2$ | ⑦ $2 ab $ | ⑩ $ a^2 - b^2 $ |
| ⑤ $a^2 \leq b^2$ | ⑧ $a^2 \geq b^2$ | ⑪ $a \leq b $ |
| ⑥ $a \leq b $ | ⑨ $ a \leq b$ | ⑫ $a \geq b $ |
| ⑦ $ a \geq b$ | ⑩ $a \geq b $ | |

[2] $\triangle ABC$ において、 $AB = 5$, $BC = 2\sqrt{3}$, $CA = 4 + \sqrt{3}$ とする。このとき、

$$\cos A = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。 $\triangle ABC$ の面積は

$$\frac{\boxed{\text{シス}} + \boxed{\text{セ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{2}$$

である。

B を通り、 CA に平行な直線と $\triangle ABC$ の外接円の交点のうち、 B と異なる方を D とするとき、 $BD = \boxed{\text{タ}} - \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ であり、台形 $ADBC$ の面積は $\boxed{\text{ツテ}}$ である。

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

(1) 等比数列 $18, -6\sqrt{3}, 6, \dots$ の第 6 項は

$$\frac{\boxed{\text{アイ}} \sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

初項から第 15 項までの奇数番目の項の和は

$$\frac{\boxed{\text{オカキク}}}{\boxed{\text{ケコサ}}}$$

(2) 数列

$$1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, \dots$$

の第 n 項を a_n とする。この数列を

$$1 | 2, 2 | 3, 3, 3 | 4, 4, 4, 4 | 5, 5, 5, 5, 5 | 6, \dots$$

のように 1 個、2 個、3 個、4 個、 $\dots$ と区画に分ける。

第 1 区画から第 20 区画までの区画に含まれる項の個数は $\boxed{\text{シスセ}}$ であり、 $a_{215} = \boxed{\text{ソタ}}$ となる。また、第 1 区画から第 20 区画までの区画に含まれる項の総和は

$$\boxed{\text{チツテト}}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \geq 3000$$

となる最小の自然数 n は、 $\boxed{\text{ナニヌ}}$ である。

第 1 問 (必答問題) (配点 30)

[1]

- (1) 一般に A, B を定数とすると、 $x \geq 0$ を満たすすべての x に対して、 x の不等式 $Ax + B > 0$ が成り立つ条件は

$$A \geq \boxed{\text{ア}} \quad \text{かつ} \quad B > \boxed{\text{イ}}$$

である。

- (2) $x \geq 0$ を満たすすべての x に対して、不等式

$$(x+1)\sin^2\alpha + (2x-1)\sin\alpha\cos\alpha - x\cos^2\alpha > 0 \cdots \textcircled{1}$$

が成り立つような α の値の範囲を求めよう。ただし、 $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ とする。

$x \geq 0$ を満たすすべての x に対して、 $\textcircled{1}$ が成り立つ条件は

$$\sin \boxed{\text{ウ}} \alpha \geq \cos \boxed{\text{エ}} \alpha$$

かつ

$$\sin \boxed{\text{オ}} \alpha > \sin \alpha \cos \alpha$$

が成り立つことである。これより、求める α の値の範囲は

$$\boxed{\text{カキ}}^\circ < \alpha \leq \frac{\boxed{\text{クケコ}}^\circ}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

- [2] 正の数 x に対して

$$a = \log_3 x - \frac{7}{2}, \quad b = \log_3 x - \frac{5}{2}, \quad c = \log_9 x - \frac{5}{2}$$

$$d = \log_9 x - \frac{3}{2}$$

とおく。

- (1) $d = 0$ となるような x の値は、 $x = \boxed{\text{シス}}$ である。
 (2) $abcd > 0$ となるような x の値の範囲を求めよう。
 a, b, c, d のすべてが負の場合には

$$0 < x < \boxed{\text{セ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$$

となる。 a, b, c, d のうち二つが正で残り二つが負の場合には

$$\boxed{\text{タチ}} < x < \boxed{\text{ツテ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}}}$$

となる。さらに、 a, b, c, d のすべては正の場合には

$$\boxed{\text{ナニヌ}} < x$$

となる。

- (3) $\boxed{\text{タチ}} < x < \boxed{\text{ツテ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}}}$ の範囲において、 a, b, c, d の間には大小関係

$$\boxed{\text{ネ}} < \boxed{\text{ノ}} < \boxed{\text{ハ}} < \boxed{\text{ヒ}}$$

が成り立つ。

第 2 問 (必答問題) (配点 30)

関数 $f(x)$ は

$$x \leq 3 \text{ のとき } f(x) = x$$

$$x > 3 \text{ のとき } f(x) = -3x + 12$$

で与えられている。このとき、 $x \geq 0$ に対して、関数 $g(x)$ を

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

と定める。

- (1) $0 \leq x \leq 3$ のとき

$$g(x) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} x^{\boxed{\text{ウ}}}$$

であり、 $x \geq 3$ のとき

$$g(x) = -\frac{3}{2}x^2 + \boxed{\text{エオ}}x - \boxed{\text{カキ}}$$

である。

- (2) 曲線 $y = g(x)$ を C とする。 C 上の点 $P(a, g(a))$ (ただし、 $0 < a < 3$) における C の接線 l の傾きは $\boxed{\text{ク}}$ であるから、 l の方程式は

$$y = \boxed{\text{ク}}x - \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}a^2$$

である。

- (3) l と x 軸の交点を Q とすると Q の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}a, 0 \right)$$

であり、 l と C の P 以外の交点を R とすると R の座標は

$$\left(\boxed{\text{ス}} - a, \boxed{\text{セ}}a - \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}a^2 \right)$$

である。

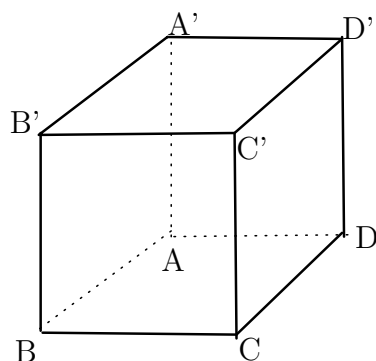
- (4) R から x 軸に垂線を引き、 x 軸と交わる点を H とするとき、三角形 QRH の面積 S は

$$S = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}a^3 - \boxed{\text{テ}}a^2 + \boxed{\text{トナ}}a$$

である。 S は $a = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ のとき最大値をとる。

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

一辺の長さが 1 の、図のような立方体 $ABCD-A'B'C'D'$ において、 AB , CC' , $D'A'$ を $a:(1-a)$ に内分する点をそれぞれ P , Q , R とし、 $\overrightarrow{AB} = \vec{x}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{y}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{z}$ とおく。ただし、 $0 < a < 1$ とする。



(1) $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{PR}$ を $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ を用いて表すと

$$\overrightarrow{PQ} = (\text{ア} - \text{イ})\vec{x} + \vec{y} + \text{ウ}\vec{z}$$

$$\overrightarrow{PR} = \text{エオ}\vec{x} + (1-a)\vec{y} + \vec{z}$$

となるしたがって

$$|\overrightarrow{PQ}| : |\overrightarrow{PR}| = 1 : \text{カ}$$

$$|\overrightarrow{PQ}|^2 = \text{キ} (a^2 - a + \text{ク})$$

$$\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR} = a^2 - a + \text{ケ}$$

であるから、 $\overrightarrow{PQ}$ と $\overrightarrow{PR}$ のなす角は コサ° である。

(2) 三角形 PQR の重心を G とすると

$$\overrightarrow{DG} = \frac{\text{シ} + \text{ス}}{\text{セ}} (\vec{x} - \vec{y} + \vec{z})$$

である。 $(\text{シ}$ と ス は解答の順序を問わない)
いま、辺 $C'D'$ 上に $SQ = SR$ となるように点 S をとる。
このとき、 $\overrightarrow{CS} = \text{ソ} \overrightarrow{C'D'}$ となり

$$\overrightarrow{SD} = (\text{タ} - \text{チ})\vec{x} - \vec{z}$$

である。

(3) $\overrightarrow{SG}$ と $\overrightarrow{DG}$ が垂直であるとき、 a の値は $\frac{\text{ツ}}{\text{テ}}$ で

あり、 $\angle QSR = \text{トナニ}^\circ$ となる。

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

複素数平面上で

$$z_0 = (\sqrt{3} + i)(\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$z_1 = \frac{4\{(1 - \sin \theta) + i \cos \theta\}}{(1 - \sin \theta) - i \cos \theta}$$

$$z_2 = -\frac{2}{z_1}$$

の表す点をそれぞれ P_0 , P_1 , P_2 とする。ただし、 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。また、 $\arg z$ は複素数 z の偏角を表すものとし、偏角は -180° 以上 180° 未満とする。

(1) $|z_0| = \text{ア}$, $\arg z_0 = \text{イウ}^\circ + \theta$ である。

(2) z_1 分母と分子に $(1 - \sin \theta) + i \cos \theta$ をかけて計算すると

$$z_1 = \text{エ} (-\sin \theta + i \cos \theta)$$

となる。よって、 $|z_1| = \text{オ}$, $\arg z_1 = \text{カキ}^\circ + \theta$ である。

(3) $\left| \frac{z_1}{z_0} \right| = \text{ク}$, $\arg \frac{z_1}{z_0} = \text{ケコ}^\circ$ であるから、
 $P_0P_1 = \text{サ} \sqrt{\text{シ}}$ である。

(4) 原点 O , P_0 , P_1 , P_2 の 4 点が同一円周上にある場合を考える。このとき $\angle OP_2P_1$ を考えると

$$\arg \frac{z_1 - z_2}{-z_2} = -\text{スセ}^\circ$$

であるから、

$$\text{ソ} \cos 2\theta - \text{タ} = 0$$

が成り立つ。よって

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{\text{チ}}}{\text{ツ}}$$

となる。

(数学I・A)

第1問

ア	4	イ	8	ウエ	-3	オ	4	カキ	20	ク	4
ケコ	12	サシ	-8	スセ	56	ソ	3				
タ	3	チ	7	ツ	1	テ	7	ト	3	ナ	3
ニヌ	14										

$$[1] y = -2 \left(x - \frac{a}{4} \right)^2 + \frac{a^2}{8} + b \quad \therefore \left(\frac{a}{4}, \frac{a^2}{8} + b \right)$$

(3, -8) を通るとき, $-8 = -18 + 3a + b \quad \therefore b = -3a + 10$

$$(1) \frac{a^2}{8} + b = 0 \text{ より, } \frac{a^2}{8} - 3a + 10 = 0 \quad \therefore (a-4)(a-20) = 0$$

$$\therefore a = 4, 20$$

 $y = -2(x-1)^2$ と $y = -2(x-5)^2$ より, x 軸方向へ 4 移動。

$$(2) y = \frac{a^2}{8} - 3a + 10 = \frac{1}{8}(a-12)^2 - 8 \text{ より}$$

$$a = 12 \text{ のとき, 最小値 } -8$$

[2]

(1) 三角形の総数は ${}_8C_3 = 56$ 互いに合同でないものは 3 種類ある。(直角二等辺三角形, $1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$, 正三角形)(2) 直角二等辺三角形は一つの平面上に 4 個ずつできるから, 全部で $4 \times 6 = 24$ 個できる。よってその確率は, $\frac{24}{56} = \frac{3}{7}$ また, 正三角形は一つの対角線について, 2 通りずつ考えられるが重複しているので $2 \times 2 \times 6 \div 3 = 8$ よってその確率は, $\frac{8}{56} = \frac{1}{7}$ (3) $1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$ の三角形のできる確率は $\frac{3}{7}$ で面積は $\frac{\sqrt{2}}{2}$ よって, 期待値は $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{7} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3 + 3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{14}$

第2問

アイ	-4	ウ	2	エ	6	オ	3	カ	Ⓐ	キ	Ⓒ	ク	③
ケ	Ⓔ	コ	4	サ	5	シス	12	セ	3	ソ	3		
タ	4	チ	3	ツテ	12								

[1]

(1) (a) $(x^2 - 3x + 2)(x - 1) + lx + m$ の形になるから,
 $p = -4$

(b)

$$\begin{array}{r} x + (p+3) \\ x^2 - 3x + 2 \overline{) x^3 + px^2 + qx + r} \\ \underline{x^3 - 3x^2 + 2x} \\ (p+3)x^2 + (q-2)x + r \\ \underline{(p+3)x^2 - 3(p+3)x + 2(p+3)} \\ (3p+q+7)x + r - 2p - 6 \end{array}$$

条件より, $r - 2p - 6 = 0 \quad \therefore r = 2p + 6$ (c) $x + (p+3) = (3p+q+7)x + r - 2p - 6$ より, $1 = 3p+q+7, p+3 = r-2p-6$ 辺々加えて, $q+r=3$

$$(2) (|a+b| + |a-b|)^2 = (a+b)^2 + (a-b)^2 + 2|a+b||a-b|$$

$$= 2(a^2 + b^2 + |a^2 - b^2|)$$

$$2(a^2 + b^2 + |a^2 - b^2|) = 4a^2 \iff a^2 - b^2 = |a^2 - b^2|$$

 $\therefore a^2 \geq b^2$ それ以外は, 右辺が $4b^2$

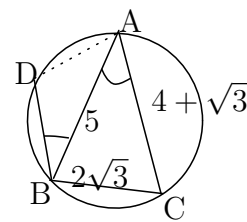
$$\frac{1}{2}(|a+b| + |a-b|) = b \text{ より,}$$

$$b \geq 0 \text{ また, } b^2 \geq a^2 \quad \therefore b \geq |a|$$

$$[2] \text{ 余弦定理から, } \cos A = \frac{25 + (4 + \sqrt{3})^2 - 12}{2 \cdot 5(4 + \sqrt{3})} = \frac{4}{5}$$

$$\sin A = \frac{3}{5}$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (4 + \sqrt{3}) \cdot \frac{3}{5} = \frac{12 + 3\sqrt{3}}{2}$$



BD // CA で,

 $\angle ABD = \angle BAC$

ADBC は等脚台形で,

AD = BC = $2\sqrt{3}$ BD = x とおく。

余弦定理から

$$12 = 25 + x^2 - 2 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5}$$

$$x^2 - 8x + 13 = 0 \quad \therefore x = 4 \pm \sqrt{3} \quad \therefore BD = 4 - \sqrt{3}$$

$$\text{台形 ADBC} = \frac{(4 + \sqrt{3} + 4 - \sqrt{3})}{2} \times 5 \times \sin A = 12$$

第3問

アイ	-2	ウ	3	エ	3	オカキク	6560	ケコサ	243
シスセ	210	ソタ	21	チツテト	2870	ナニヌ	217		

(1) 公比 $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ 初項 18 であるから

$$a_6 = 18 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right)^5 = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$$

初項 18 公比 $-\frac{1}{3}$ 項数 8 の等比数列の和であるから,

$$\frac{18\{1 - (\frac{1}{3})^8\}}{1 - \frac{1}{3}} = 3^3 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3} \right)^8 \right\} = \frac{6560}{243}$$

$$(2) 1 + 2 + 3 + \cdots + 20 = \frac{20(20+1)}{2} = 210, \quad a_{215} = 21$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 20^2 = \frac{20(20+1)(2 \cdot 20 + 1)}{6} = 2870$$

第 20 区画までの和が 2870 で, 第 21 区画の k 番目まで加えて, $2870 + 21k \geq 3000$ より, $k \geq \frac{130}{21} = 6.1 \cdots$ より, $k \geq 7$ ゆえに最初から数えて, 最小の自然数 n は $210 + 7 = 217$

(数学II・B)

第1問

ア	0	イ	0	ウ	2	エ	2	オ	2	カキ	45	
ク	ケ	コ	225	サ	2	シ	ス	27	セ	9	ソ	3
タ	チ	27	ツ	テ	27	ト	3	ナ	ニ	ヌ	243	
ネ	c	ノ	a	ハ	d	ヒ	b					

[1]

(1) $Ax + B > 0$ ($x \geq 0$) が常に成り立つことより,
 $A \geq 0, B > 0$

(2) ① を変形して

$$(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha)x + (\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha) > 0$$

$$\therefore (\sin 2\alpha - \cos 2\alpha)x + (\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha) > 0$$

(1) より, $\sin 2\alpha \geq \cos 2\alpha, \sin^2 \alpha > \sin \alpha \cos \alpha$

前式から, $\sqrt{2} \sin(2\alpha - 45^\circ) \geq 0$

$-45^\circ \leq 2\alpha - 45^\circ \leq 315^\circ$ より,

$$0^\circ \leq 2\alpha - 45^\circ \leq 180^\circ \quad \therefore \frac{45^\circ}{2} \leq \alpha \leq \frac{225^\circ}{2} \dots \textcircled{1}$$

後式から, $\sin \alpha (\sin \alpha - \cos \alpha) > 0$

$\sin \alpha > 0$ より, $\sin \alpha > \cos \alpha \quad \therefore 45^\circ < \alpha < 180^\circ \dots \textcircled{2}$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ から, } 45^\circ < \alpha \leq \frac{225^\circ}{2}$$

[2]

$$(1) \log_9 x = \frac{3}{2} \text{ より, } x = 9^{\frac{3}{2}} = 27$$

$$c = \frac{\log_3 x}{\log_3 9} - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}(\log_3 x - 5)$$

$$d = \frac{1}{2}(\log_3 x - 3)$$

条件から, $b < 0 \iff \log_3 x - \frac{5}{2} < 0$ である。

$$0 < x < 3^{\frac{5}{2}} \quad \therefore 0 < x < 9\sqrt{3}$$

条件から $a < 0$ かつ, $d > 0$ であればよい。

$$\therefore x < 3^{\frac{7}{2}} \text{ かつ, } x > 3^3 \quad \therefore 27 < x < 27\sqrt{3}$$

$$c > 0 \text{ より, } \log_3 x > 5 \quad \therefore 243 < x$$

(2) 以上より, $c < a < d < b$

第2問

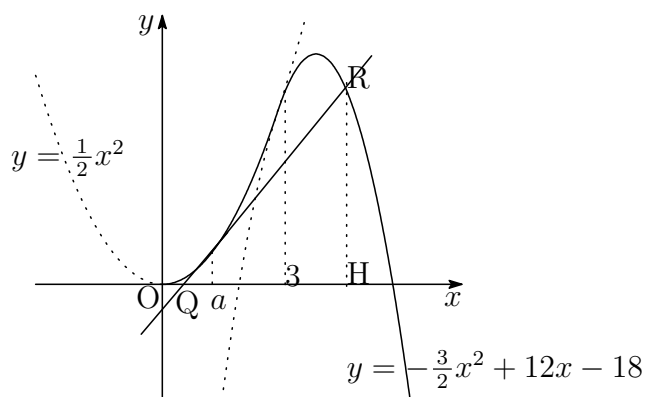
ア	1	イ	2	ウ	2	エ	オ	12	カ	キ	18	ク	a	
ケ	1	コ	2	サ	1	シ	2	ス	6	セ	6	ソ	3	
タ	2	チ	9	ツ	8	テ	9	ト	ナ	18	ニ	4	ヌ	3

$$(1) g(x) = \int_0^x t dt = \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^x = \frac{1}{2}x^2 \quad (0 \leq x \leq 3)$$

$$g(x) = \int_0^3 t dt + \int_3^x (-3t + 12) dt$$

$$= \frac{9}{2} + \left[-\frac{3}{2}t^2 + 12t \right]_3^x$$

$$= -\frac{3}{2}x^2 + 12x - 18 \quad (x \geq 3)$$



(2) $0 \leq x \leq 3$ のとき, $g'(a) = a$ l の傾きは a

$$l: y - \frac{1}{2}a^2 = a(x - a) \quad \therefore y = ax - \frac{1}{2}a^2$$

(3) (2) において $y = 0$ とおくと, $a \left(x - \frac{1}{2}a \right) = 0$

$$\therefore x = \frac{1}{2}a \quad (\because a \neq 0) \quad Q \left(\frac{1}{2}a, 0 \right)$$

$$ax - \frac{1}{2}a^2 = -\frac{3}{2}x^2 + 12x - 18, \quad \therefore \{x - (6 - a)\} \{3x - (6 + a)\} = 0$$

交点の x 座標は 3 より大, $\therefore x = 6 - a \quad (\because 0 < a < 3)$

$$R \left(6 - a, 6a - \frac{3}{2}a^2 \right)$$

$$(4) S = \frac{1}{2} \times QH \times HR = \frac{1}{2} \left(6 - \frac{3}{2}a \right) \left(6a - \frac{3}{2}a^2 \right)$$

$$= \frac{9}{8}a^3 - 9a^2 + 18a$$

$$S' = \frac{27}{8}a^2 - 18a + 18 = \frac{9}{8}(3a^2 - 16a + 16)$$

$$= \frac{9}{8}(a - 4)(3a - 4) \quad S' = 0 \text{ より, } a = \frac{4}{3}$$

a	0	...	$\frac{4}{3}$	...	3
S'	+	+	0	-	-
S	+	+	最大	-	-

よって, $a = \frac{4}{3}$ のとき最大値をとる。

第3問

ア	1	イ	a	ウ	a	エ	オ	-a	カ	1	キ	2	ク	1
ケ	1	コ	サ	60	シ	a	ス	1	セ	3	ソ	a		
タ	a	チ	1	ツ	1	テ	2	ト	ナ	120				

$$(1) \vec{PQ} = (1 - a)\vec{x} + \vec{y} + a\vec{z}$$

$$\vec{PR} = -a\vec{x} + (1 - a)\vec{y} + \vec{z}$$

$$\vec{x} \cdot \vec{x} = \vec{y} \cdot \vec{y} = \vec{z} \cdot \vec{z} = 1$$

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = \vec{y} \cdot \vec{z} = \vec{z} \cdot \vec{x} = 0 \text{ であるから}$$

$$|\vec{PQ}|^2 = (1 - a)^2 + 1^2 + a^2 = 2(a^2 - a + 1)$$

$$|\vec{PR}|^2 = (-a)^2 + (1 - a)^2 + 1^2 = 2(a^2 - a + 1)$$

$$|\vec{PQ}| : |\vec{PR}| = 1 : 1$$

$$|\vec{PQ}|^2 = (1 - a)^2 + 1^2 + a^2 = 2(a^2 - a + 1)$$

$$\vec{PQ} \cdot \vec{PR} = a^2 - a + 1$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{PQ} \cdot \vec{PR}}{|\vec{PQ}| \cdot |\vec{PR}|} = \frac{1}{2} \quad \therefore \theta = 60^\circ$$

$$(2) \vec{DG} = \vec{AG} - \vec{AD} = \frac{1}{3} \{ a\vec{x} + \vec{x} + \vec{y} + a\vec{z} + (1 - a)\vec{y} +$$

$$\vec{z} \} - \vec{y} = \frac{a + 1}{3} (\vec{x} + \vec{y} + \vec{z}) \quad (\text{続く})$$

(数学II・B)(続き)

$\triangle QCS \equiv \triangle SDR$ であるから $\overrightarrow{C'S} = a\overrightarrow{C'D'}$

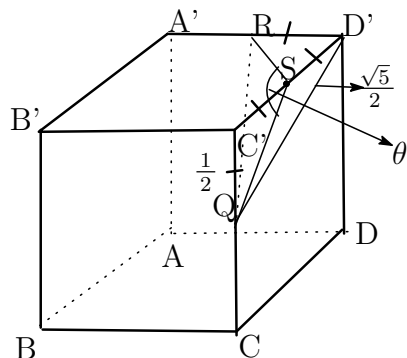
$$\overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SD'} + \overrightarrow{DD'} = (a-1)\overrightarrow{x} - \overrightarrow{z}$$

$$(3) \overrightarrow{SG} = \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DG}$$

$$\overrightarrow{SG} \perp \overrightarrow{DG} \iff \overrightarrow{SG} \cdot \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{SD} \cdot \overrightarrow{DG} + |\overrightarrow{DG}|^2 = 0$$

$$\frac{(a+1)(a-1)}{3} - \frac{a+1}{3} + \frac{(a+1)^2}{3} = 0$$

$$\frac{(a+1)(2a-1)}{3} = 0 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$



$$a = \frac{1}{2} \text{ のとき, } SQ=SR = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$QR = \sqrt{QD^2 + DQ^2} = \sqrt{\frac{5}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

余弦定理から

$$\cos \angle QSR = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{3}{2}}{2 \cdot (\frac{1}{\sqrt{2}})^2} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \theta = 120^\circ$$

第4問

ア	2	イ	ウ	30	エ	4	オ	4	カ	キ	90	ク	2	
ケ	コ	90	サ	2	シ	ス	60	セ	2	ソ	3	タ	チ	90
ツ	8	テ	1	ト	7	ナ	4							

(1)

$$z_0 = 2(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)(\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$= 2\{\cos(30^\circ + \theta) + i \sin(30^\circ + \theta)\}$$

$$\therefore |z_0| = 2, \quad \arg z_0 = 30^\circ + \theta$$

$$(2) \text{ 分母} = (1 - \sin \theta)^2 + \cos^2 \theta = 2(1 - \sin \theta)$$

$$\text{分子} = 4\{(1 - \sin \theta) + i \cos \theta\}\{(1 - \sin \theta) + i \cos \theta\}$$

$$= 4\{(1 - \sin \theta)^2 - \cos^2 \theta + 2i(1 - \sin \theta) \cos \theta\}$$

$$= 4\{(1 - \sin \theta)^2 - (1 - \sin^2 \theta) + 2i(1 - \sin \theta) \cos \theta\}$$

$$= 4(1 - \sin \theta)\{1 - \sin \theta - (1 + \sin \theta) + 2i \cos \theta\}$$

$$= 8(1 - \sin \theta)(-\sin \theta + i \cos \theta)$$

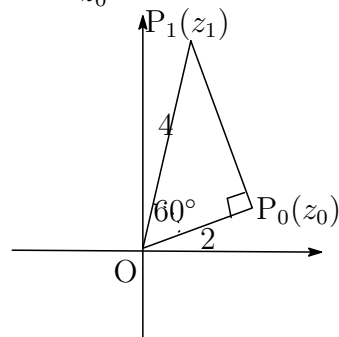
$$\therefore z_1 = 4(-\sin \theta + i \cos \theta)$$

$$= 4\{\cos(90^\circ + \theta) + i \sin(90^\circ + \theta)\}$$

$$\therefore |z_1| = 4, \quad \arg z_1 = 90^\circ + \theta$$

$$(3) \left| \frac{z_1}{z_0} \right| = \frac{|z_1|}{|z_0|} = 2$$

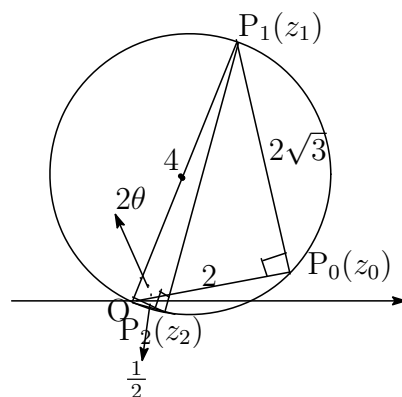
$$\arg \frac{z_1}{z_0} = \arg z_1 - \arg z_0 = 60^\circ$$



上図のようになるので, $P_0P_1 = 2\sqrt{3}$

$$z_2 = -\frac{2}{z_1} = 2 \cdot (-z_1)^{-1} = \frac{1}{2}(\sin \theta + i \cos \theta)$$

$$= \frac{1}{2}\{\cos(90^\circ - \theta) + i \sin(90^\circ - \theta)\}$$



題意の円は, OP_1 を直径とする円であるから, $\angle OP_2P_1 = 90^\circ$ である。よって, 図は上のようになる。

$$\therefore \arg \frac{z_1 - z_2}{-z_2} = -90^\circ$$

$$\arg \frac{z_1}{z_2} = \arg z_1 - \arg z_2 = (90^\circ + \theta) - (90^\circ - \theta) = 2\theta$$

$\angle P_1OP_2 = 2\theta$ であるから

$$\cos 2\theta = \frac{\frac{1}{2}}{4} = \frac{1}{8}$$

$$\therefore 8 \cos 2\theta - 1 = 0$$

$$8(1 - 2 \sin^2 \theta) - 1 = 0 \quad \therefore \sin^2 \theta = \frac{7}{16}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad (\because \sin \theta > 0)$$